IV.3 Ecuaciones lineales con una incógnita

Definición
Se dice que una ecuación es **lineal** si todas las variables presentes en ella tienen exponentes iguales a 1 y ningún término de la ecuación tiene más de una variable como factor.

La ecuación $x+y-z=1$ es una ecuación lineal en x, y y z.
La ecuación $x^2+x=6$ no es lineal.
La ecuación $2x+xy=9$ no es ecuación lineal en x y y.

Solución de ecuaciones
Dada una ecuación lineal con una incógnita, puede hacerse uso de uno o ambos de los dos teoremas del tema anterior (ecuaciones equivalentes) para formar una ecuación equivalente de la forma $1x=a$, cuyo conjunto solución es $\{a\}$.

Cuando el coeficiente de la variable en la ecuación no es 1, como en $\frac{b}{c}x=d$, se puede obtener una ecuación equivalente de la forma $1x=a$ multiplicando ambos miembros de la ecuación por el inverso multiplicativo (recíproco) del coeficiente de x en la ecuación original.

El inverso multiplicativo de $\frac{b}{c}$ es $\frac{c}{b}$, ya que $\frac{b}{c}\cdot\frac{c}{b}=1$.

Así que cuando el coeficiente de la variable es de la forma $\frac{b}{c}$, se multiplican ambos miembros de la ecuación por $\frac{c}{b}$.

EJEMPLO Encontrar el conjunto solución de la ecuación $14x=-21$.
Solución El coeficiente de x es 14.

El inverso multiplicativo de 14 es $\frac{1}{14}$.

Se multiplican ambos miembros de la ecuación por $\frac{1}{14}$.

$$\frac{1}{14}(14x)=\frac{1}{14}(-21)$$

$$1\cdot x=\frac{-21}{14}$$

El conjunto solución es $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

$$x=-\frac{3}{2}$$

EJEMPLO Encontrar el conjunto solución de la ecuación $\frac{x}{-4}=12$.

Solución El término $\frac{x}{-4}=-\frac{1}{4}x$.

El coeficiente de x es $-\frac{1}{4}$.

El inverso multiplicativo de $-\frac{1}{4}$ es $-\frac{4}{1}$.

Se multiplican ambos miembros de la ecuación por $-\frac{4}{1}$.

$$-\frac{4}{1}\left(\frac{x}{-4}\right) = -\frac{4}{1}(12)$$
$$x = -48$$

El conjunto solución es $\{-48\}$.

EJEMPLO Encontrar el conjunto solución de la ecuación $\frac{5}{7}x = 15$.

Solución El coeficiente de x es $\frac{5}{7}$.

El inverso multiplicativo de $\frac{5}{7}$ es $\frac{7}{5}$.

Se multiplican ambos miembros de la ecuación por $\frac{7}{5}$.

$$\frac{7}{5}\cdot\frac{5}{7}x = \frac{7}{5}(15)$$
$$x = \frac{7}{5}\cdot\frac{15}{1} = 21$$

El conjunto solución es $\{21\}$.

EJEMPLO Encontrar el conjunto solución de $1.3x = -39$.
Solución Cuando el coeficiente está en forma decimal, será más fácil si se cambia a una fracción común:

$1.3x = -39$ es equivalente a $\frac{13}{10}x = -39$.

Se multiplican ambos miembros de la ecuación por $\frac{10}{13}$.

$$\frac{10}{13}\cdot\frac{13}{10}x = \frac{10}{13}(-39)$$
$$x = \frac{10}{13}\times\frac{-39}{1} = -\frac{10\times 39}{13} = -30$$

El conjunto solución es $\{-30\}$.

EJEMPLO Encontrar el conjunto solución de la ecuación $-\frac{7x}{8} = \frac{35}{36}$.

Solución El coeficiente de x es $-\frac{7}{8}$.

El inverso multiplicativo de $-\frac{7}{8}$ es $-\frac{8}{7}$.

Se multiplican ambos miembros de la ecuación por $-\frac{8}{7}$.

$$-\frac{8}{7}\left(-\frac{7}{8}x\right)=-\frac{8}{7}\left(\frac{35}{36}\right)$$

$$x=-\frac{8\times 35}{7\times 36}=-\frac{10}{9}$$

El conjunto solución es $\left\{-\frac{10}{9}\right\}$.