

IV.5 Desigualdades lineales

Desigualdad es una expresión que indica que una cantidad es mayor o menor que otra.

Los signos de desigualdad son $>$, que se lee **mayor que**, y $<$ que se lee **menor que**.

Se llama **primer miembro** de una desigualdad a la expresión que está a la izquierda y **segundo miembro** a la que está a la derecha del signo de desigualdad. Así, en $a+b > c-d$ el primer miembro es $a+b$ y el segundo $c-d$.

Términos de una desigualdad son las cantidades que están separadas de otras por el signo $+$ o $-$ o la cantidad que está sola en un miembro. En la desigualdad anterior los términos son a , b , c y $-d$.

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

1. Si a los dos miembros de una desigualdad se suma o resta una misma cantidad, el signo de la desigualdad no varía.

$$\begin{aligned}a &> b \\a + c &> b + c \\a - c &> b - c\end{aligned}$$

2. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad positiva, el signo de la desigualdad no varía.

$$\begin{aligned}a &> b \\ac &> bc \\ \frac{a}{c} &> \frac{b}{c}\end{aligned}$$

3. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad negativa, el signo de la desigualdad varía.

$$\begin{aligned}a &> b \\-ac &< -bc \\ -\frac{a}{c} &< -\frac{b}{c}\end{aligned}$$

4. Si cambia el orden de los miembros, la desigualdad cambia de signo.

$$\begin{aligned}a &> b \\b &< a\end{aligned}$$

5. Si se invierten los dos miembros, la desigualdad cambia de signo.

$$\begin{aligned}a &> b \\ \frac{1}{a} &< \frac{1}{b}\end{aligned}$$

6. Si los miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a una misma potencia positiva, el signo de la desigualdad no cambia.

$$5 > 3$$

$$5^2 > 3^2$$

7. Si los dos miembros o uno de ellos es negativo y se elevan a una potencia impar positiva, el signo de la desigualdad no cambia.

$$-3 > -5 \qquad 2 > -2$$

$$(-3)^3 > (-5)^3 \qquad 2^3 > (-2)^3$$

$$-27 > -125 \qquad 8 > -8$$

8. Si los dos miembros son negativos y se elevan a una misma potencia par positiva, el signo de la desigualdad cambia.

$$-3 > -5$$

$$(-3)^2 < (-5)^2$$

$$9 < 25$$

9. Si un miembro es positivo y otro negativo y ambos se elevan a una misma potencia par positiva, el signo de la desigualdad puede cambiar.

$$3 > -5 \qquad 8 > -2$$

$$3^2 < (-5)^2 \qquad 8^2 > (-2)^2$$

$$9 < 25 \qquad 64 > 4$$

10. Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se les extrae una misma raíz positiva, el signo de la desigualdad no cambia.

$$a > b$$

$$\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$$

11. Si dos o más desigualdades del mismo signo se suman o multiplican miembro a miembro, resulta una desigualdad del mismo signo.

$$a > b \text{ y } c > d$$

$$a + c > b + d$$

$$ac > bd$$

12. Si dos desigualdades del mismo signo se restan o dividen miembro a miembro, el resultado no es necesariamente una desigualdad del mismo signo, pudiendo ser una igualdad.

$$10 > 8 \text{ y } 5 > 2 \qquad 10 > 8 \text{ y } 5 > 4$$

$$10 - 5 < 8 - 2 \qquad \frac{10}{5} = \frac{8}{4}$$

$$5 < 6 \qquad 2 = 2$$