I.3 Notación exponencial

Llamamos **potencia** a la representación de un producto de factores iguales. Al factor que se repite le escribimos el número de veces que se repite en la parte superior derecha.

Ejemplos: $a \cdot a \cdot a = a^3$

$x \cdot x = x^2$

$(x+2)(x+2)(x+2)(x+2) = (x+2)^4$

Al factor lo llamamos la **base** de la potencia y al número que indica las veces que se repite lo llamamos **exponente**. Cuando el exponente es la unidad no se escribe: $(2n)^1 = 2n$

De la definición de potencia se deducen algunos teoremas cuyas conclusiones simplifican la multiplicación en general, y la multiplicación de potencias en particular.

	Teorema	Ejemplos
1	$a \in R; m, n \in N$ $\quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	**a)** $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$ **b)** $(x-1)^2(x-1) = (x-1)^3$ **c)** $(-2)^4(-2)^2 = (-2)^6$
2	$a \in R; m, n \in N$ $\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6 = 64$
3	$a, b \in R; n \in N$ $\quad (ab)^n = a^n \cdot b^n$	**a)** $(2 \cdot 6)^2 = 2^2 \cdot 6^2 = 4 \cdot 36 = 144$ **b)** $(2x)^2 = 2^2 \cdot x^2 = 4x^2$ o $(2x)^2 = (2x)(2x) = 4x^2$
4	$a \in R, a \neq 0; m, n \in N$ $\frac{a^m}{a^n} \begin{cases} = a^{m-n} & si, m > n \\ = \frac{1}{a^{m-n}} & si, m < n \\ = 1 & si, m = n \end{cases}$	**a)** $\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$ **b)** $\frac{x^4}{x^6} = \frac{1}{x^{6-4}} = \frac{1}{x^2}$ **c)** $\frac{z^3}{z^3} = 1$

Leyes de exponentes

Para un número real a, tenemos

Ley del producto: $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

Ley del cociente: $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ si $a \neq 0$

Ley de potencia: $(a^r)^s = a^{rs}$

Ejemplos:

a) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

b) $\frac{3^3}{3^{\frac{1}{3}}(3^{\frac{2}{3}})} = \frac{3^3}{3^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}} = \frac{3^3}{3^1} = 3^2 = 9$

c) $2^{\frac{7}{4}}(8^{\frac{-1}{4}}) = 2^{\frac{7}{4}}(2^3)^{\frac{-1}{4}} = 2^{\frac{7}{4}}(2^{\frac{-3}{4}}) = 2^{\frac{7}{4}-\frac{3}{4}} = 2^1 = 2$

Notación científica o notación exponencial de base 10, para números reales y sus operaciones básicas.

La **Notación Científica** es una manera que permite escribir cantidades como producto de un número comprendido entre la unidad y diez por una potencia natural de base 10, por ejemplo:

a) De 6300000, su notación científica es 6.3×10^6
b) De 0.000025, su notación científica es 2.5×10^{-5}

Reglas para representar las cantidades con notación científica:

1. Las cantidades mayores que la unidad, siempre tienen exponentes positivos para la potencia de diez; se cuenta el número de lugares que se recorre el punto decimal a la izquierda dando lugar a que este número sea el exponente positivo de diez.
2. Las cantidades menores que la unidad siempre tienen exponentes negativos para la potencia de diez; se cuenta el número de lugares que se recorre el punto decimal a la derecha, dando lugar, a que este número sea el exponente negativo de diez.

Operaciones con la notación científica

Suma y resta

Al sumar o restar números expresados en notación científica, debemos observar que las cantidades con que vamos a trabajar, estén expresadas con la misma potencia de diez.

Ejemplos:

a) $3.89\times10^3 + 1.24\times10^3 = (3.89+1.24)\times10^3 = 5.13\times10^3$

b) $7.56\times10^4 + 2.92\times10^5 = 7.56\times10^4 + 29.2\times10^4 = 36.76\times10^4 = 3.676\times10^5$

c) $4.306\times10^{-7} - 1.083\times10^{-7} = (4.306-1.083)\times10^{-7} = 3.223\times10^{-7}$

d) $5.4\times10^3 - 3.67\times10^2 = 54\times10^2 - 3.67\times10^2 = (54-3.67)\times10^2 = 50.33\times10^2 = 5.033\times10^3$

Multiplicación y división

Al multiplicar o dividir números expresados en notación científica, debemos observar que dichas operaciones se rigen por las leyes de los exponentes.

Ejemplos:

a) $(5.7\times10^3)(3\times10^5) = (5.7\times3)(10^{3+5}) = 17.1\times10^8$

b) $\dfrac{12.82\times10^{5}}{4.2\times10^{3}}=\left(\dfrac{12.82}{4.2}\right)\left(\dfrac{10^{5}}{10^{3}}\right)=3.052\times10^{5-3}=3.052\times10^{2}$